

CADERNO DE REVISÃO

Álgebra para o Cálculo 1

Teoria explicada, exemplos resolvidos e erros clássicos

Baseado nos Testes de Verificação de Álgebra, Cálculo, James Stewart
Curso de Engenharia Civil

Como usar este caderno

Cada bloco segue a mesma estrutura: (1) a ideia por trás da regra, (2) a regra formal, (3) exemplo resolvido passo a passo e (4) o erro clássico associado.

Copie bloco por bloco à mão, o ato de escrever fixa mais que a leitura. Depois de alguns dias, tape a resolução e refaça os exemplos do zero. No fim do caderno há um roteiro de revisão espaçada.

Sumário

Bloco 1, Potências

1.1 O que é um expoente, de verdade

Expoente é apenas contagem de multiplicações repetidas:

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$$

Todas as regras de potência abaixo são essa contagem organizada. Se você esquecer uma regra na prova, **expanda e conte**, sempre funciona.

1.2 Onde está o parêntese?

Esta é a fonte de erro nº 1 do capítulo:

$$(-3)^4 = (-3)(-3)(-3)(-3) = +81 \quad -3^4 = -(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) = -81$$

Por que a diferença? No primeiro caso o parêntese diz "o número é -3 , multiplique-o quatro vezes". No segundo, o expoente gruda apenas no 3; o sinal de menos fica de fora, esperando o resultado.

Regra de leitura: expoente é mais forte que sinal de menos. Só o parêntese muda isso.

- Base negativa com expoente **par** → resultado **positivo** (os sinais se cancelam aos pares).
- Base negativa com expoente **ímpar** → resultado **negativo** (sobra um menos).

1.3 Expoente negativo significa inverter

$$a^{-n} = 1 / a^n$$

Por quê? Porque $a^m / a^n = a^{m-n}$. Fazendo $m = 0$, temos $1 / a^n = a^{0-n} = a^{-n}$.

Atenção: expoente negativo **não** produz número negativo. Ele produz uma fração.

$$3^{-4} = 1/81 \quad (\text{positivo!})$$

Quando a base é fração, o efeito é virar de cabeça para baixo:

$$(2/3)^{-2} = (3/2)^2 = 9/4$$

1.4 Expoente fracionário significa raiz

$$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

O **denominador** do expoente é o índice da raiz. O **numerador** é a potência.

Exemplo comentado: $16^{-3/4}$

1. O sinal de menos manda inverter: $1 / 16^{3/4}$
2. O 4 embaixo é raiz quarta: $\sqrt[4]{16} = 2$
3. O 3 em cima é o cubo: $2^3 = 8$
4. Resposta: **1/8**

Dica de ordem: tire a raiz **primeiro**, depois eleve. Por $16^{3/4}$, a raiz primeiro dá $2^3 = 8$; a potência primeiro dá $\sqrt[4]{4096}$, mesma resposta, muito mais trabalho.

1.5 Tabela das propriedades

Propriedade	Fórmula	Ideia
Produto	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	juntar os fatores
Quociente	$a^m / a^n = a^{m-n}$	cancelar fatores
Potência de potência	$(a^m)^n = a^{mn}$	grupos de grupos
Produto elevado	$(ab)^n = a^n b^n$	distribui sobre produto
Fração elevada	$(a/b)^n = a^n / b^n$	distribui sobre quociente
Expoente zero	$a^0 = 1 \ (a \neq 0)$	porque $a^n/a^n = 1$

NÃO EXISTE " $(a + b)^n = a^n + b^n$ ".

Expoente distribui sobre multiplicação e divisão, **nunca sobre soma**. Guarde isso, é o erro mais caro do semestre.

1.6 Exemplo integrado (questão 2c do teste)

$$\left[(3x^{3/2} y^3) / (x^2 y^{-1/2}) \right]^{-2}$$

Estratégia: simplifique o miolo antes de aplicar o expoente de fora. Sempre.

Passo 1: quociente de mesma base: subtraia expoentes

$$x: 3/2 - 2 = -1/2 \quad y: 3 - (-1/2) = 7/2$$

$$\text{Miolo: } 3 x^{-1/2} y^{7/2}$$

Passo 2: aplique o -2 a cada fator (multiplique os expoentes)

$$3^{-2} = 1/9 \quad x^{(-1/2)(-2)} = x^1 \quad y^{(7/2)(-2)} = y^{-7}$$

Passo 3: expoentes negativos descem para o denominador

$$\text{Resposta: } x / (9 y^7)$$

Bloco 2, Radicais

2.1 Extrair fator do radical

$$\sqrt{200} = \sqrt{(100 \cdot 2)} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

Método: procure o maior **quadrado perfeito** que divide o número, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144...

Só depois de extrair é que dá para somar radicais:

$$\sqrt{200} - \sqrt{32} = 10\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

Repare: $\sqrt{2}$ funciona como se fosse uma letra. $10\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$ é igual a $10k - 4k = 6k$.

Radicais só somam se forem idênticos.

2.2 O que vale e o que não vale

Situação	Expressão	Vale?
Raiz de produto	$\sqrt{(ab)} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a, b \geq 0)$	SIM
Raiz de quociente	$\sqrt{(a/b)} = \sqrt{a} / \sqrt{b}$	SIM
Raiz de soma	$\sqrt{(a + b)} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$	NÃO

Teste rápido de falsidade: ponha $a = b = 1$ e veja se quebra.

$$\sqrt{(1+1)} = \sqrt{2} \approx 1,41 \quad \text{mas} \quad \sqrt{1} + \sqrt{1} = 2$$

Falso. Guarde esse teste, serve para qualquer identidade suspeita do exercício 10.

2.3 Racionalização pelo conjugado

O conjugado de $\sqrt{5} - 2$ é $\sqrt{5} + 2$. Multiplicando os dois:

$$(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) = 5 - 4 = 1$$

Por que funciona? É a diferença de quadrados $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$. Elevar ao quadrado **destrói a raiz**, que é exatamente o objetivo.

Exemplo (questão 6a)

$$\begin{aligned} \sqrt{10} / (\sqrt{5} - 2) &\times (\sqrt{5} + 2) / (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{10} (\sqrt{5} + 2) / 1 \\ &= \sqrt{50} + 2\sqrt{10} = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

2.4 Racionalizar o NUMERADOR, a técnica mais importante do capítulo

Questão 6b:

$$(\sqrt{(4 + h)} - 2) / h$$

Se você tentar $h = 0$ direto: $(2 - 2)/0 = 0/0$. Indeterminado. Travou.

A saída é multiplicar pelo conjugado **de cima**:

$$[\sqrt{(4+h)} - 2] / h \times [\sqrt{(4+h)} + 2] / [\sqrt{(4+h)} + 2]$$

$$\begin{aligned} &= [(4 + h) - 4] / \{ h [\sqrt{(4+h)} + 2] \} = h / \{ h [\sqrt{(4+h)} + 2] \} \\ &= 1 / [\sqrt{(4+h)} + 2] \end{aligned}$$

Agora $h = 0$ funciona: $1/(2 + 2) = 1/4$.

Por que isso importa tanto

Essa expressão é a definição de derivada de $f(x) = \sqrt{x}$ no ponto $x = 4$. Você vai refazer essa conta dezenas de vezes ao longo do semestre.

A ideia central do Cálculo inteiro está aqui: **manipular algebricamente até o h do denominador cancelar, e só então substituir.**

Bloco 3, Produtos notáveis e fatoração

3.1 Os produtos notáveis

Nome	Fórmula
Quadrado da soma	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Quadrado da diferença	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Diferença de quadrados	$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
Cubo da soma	$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
Soma de cubos	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
Diferença de cubos	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

De onde vem o 2ab? Distribua na mão uma vez:

$$(a+b)(a+b) = a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Os dois termos do meio são iguais, por isso 2ab. Faça essa distribuição uma vez no caderno e você nunca mais esquece.

Sinais dos cubos. Na fatoração, o sinal do binômio acompanha o sinal original e o do meio no trinômio é o oposto:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

3.2 Fatorar é reconhecer padrão

Ordem de ataque, siga sempre esta sequência:

1. **Fator comum.** Tem algo em todos os termos? Bote para fora.
2. **Conte quantos termos sobraram.** 2 termos → diferença de quadrados ou soma/diferença de cubos.
3 termos → trinômio (soma e produto, ou Bhaskara). 4 termos → agrupamento.
3. **Repita** nos fatores obtidos até não dar mais.

Exemplos do teste, comentados

(a) $4x^2 - 25$, dois termos, ambos quadrados perfeitos ($4x^2 = (2x)^2$, $25 = 5^2$), com sinal de menos:

$$= (2x - 5)(2x + 5)$$

(b) $2x^2 + 5x - 12$, trinômio com coeficiente $\neq 1$. Procure dois números que multiplicam $2 \cdot (-12) = -24$ e somam 5: são 8 e -3.

$$2x^2 + 8x - 3x - 12 = 2x(x + 4) - 3(x + 4) = (2x - 3)(x + 4)$$

(c) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$, quatro termos, então agrupe dois a dois:

$$x^2(x - 3) - 4(x - 3) = (x - 3)(x^2 - 4) = (x - 3)(x - 2)(x + 2)$$

Repare que o passo 3 foi essencial: $x^2 - 4$ ainda fatorava.

(d) $x^4 + 27x$, fator comum x primeiro!

$$x(x^3 + 27) = x(x^3 + 3^3) = x(x + 3)(x^2 - 3x + 9)$$

(e) $3x^{3/2} - 9x^{1/2} + 6x^{-1/2}$, fator comum com expoente fracionário. Regra: puxe a **menor** potência, aqui $x^{-1/2}$.

$$3x^{-1/2} (x^2 - 3x + 2) = 3x^{-1/2} (x - 1)(x - 2)$$

Confira: $x^{-1/2} \cdot x^2 = x^{3/2}$ (confere) | $x^{-1/2} \cdot x = x^{1/2}$ (confere) | $x^{-1/2} \cdot 1 = x^{-1/2}$ (confere)

(f) $x^3y - 4xy$, fator comum xy :

$$xy(x^2 - 4) = xy(x - 2)(x + 2)$$

Por que fatorar importa em Cálculo

Limites, derivadas e integrais quase sempre exigem **cancelar** algo. E só se cancela o que está fatorado. Fatoração é, antes de tudo, a ferramenta de cancelamento.

Bloco 4, Frações algébricas

4.1 A regra de ouro

Fatore tudo primeiro. Cancele depois.

$$(x^2 + 3x + 2) / (x^2 - x - 2) = [(x+1)(x+2)] / [(x+1)(x-2)] = (x+2)/(x-2)$$

Só se cancela **fator inteiro**, nunca parcela solta. Em $(x+2)/(x-2)$ não dá para "cortar o x": ele está somado, não multiplicado.

4.2 Restrição de domínio

Ao cancelar $(x+1)$, o valor $x = -1$ some da expressão simplificada, mas **continua proibido** na original, porque zerava o denominador. Por isso escrevemos $x \neq -1$.

Exemplo com número. Em $f(x) = (x^2 - 9) / (x - 3)$, fatore o numerador: $(x-3)(x+3) / (x-3)$. Cancelando o fator $(x-3)$, sobra $x+3$, com a restrição $x \neq 3$. Em $x = 3$ a conta original dá $0/0$, que não existe. Veja o que a função faz perto de 3, dos dois lados:

x	$(x^2 - 9) / (x - 3)$	valor
2,9	$(8,41 - 9) / (-0,1)$	5,9
2,99	$(8,9401 - 9) / (-0,01)$	5,99
2,999	$(8,994001 - 9) / (-0,001)$	5,999
3	0 / 0	não existe
3,001	$(9,006001 - 9) / 0,001$	6,001
3,01	$(9,0601 - 9) / 0,01$	6,01
3,1	$(9,61 - 9) / 0,1$	6,1

Dos dois lados os valores se aproximam de **6**, que é exatamente $3 + 3$, o valor da forma simplificada $x + 3$ em $x = 3$. O gráfico é a reta $y = x + 3$ com um **buraco** no ponto $(3, 6)$: a função não existe em $x = 3$, mas se comporta como se valesse 6. É isso que se chama **descontinuidade removível**.

Em Cálculo isso vira o conceito de **descontinuidade removível**, a função tem um "buraco" naquele ponto. Anote a restrição sempre.

4.3 Soma e subtração: mínimo múltiplo comum

$$x^2/(x^2 - 4) - (x+1)/(x+2)$$

1. Fatore os denominadores: $x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$
2. O mmc é $(x-2)(x+2)$
3. A segunda fração precisa multiplicar por $(x-2)$

$$\begin{aligned} [x^2 - (x+1)(x-2)] / [(x-2)(x+2)] &= [x^2 - (x^2 - x - 2)] / [(x-2)(x+2)] \\ &= (x+2) / [(x-2)(x+2)] = 1/(x-2) \end{aligned}$$

Cuidado com o menos na frente do parêntese.

$-(x^2 - x - 2) = -x^2 + x + 2$. Troque **todos** os sinais. Erro clássico: trocar só o primeiro.

4.4 Fração de fração

$$\left[\left(\frac{y}{x} \right) - \left(\frac{x}{y} \right) \right] / \left[\left(\frac{1}{y} \right) - \left(\frac{1}{x} \right) \right]$$

Método: resolva cima e baixo separadamente, depois divida multiplicando pelo inverso.

Cima: $(y^2 - x^2) / xy$ Baixo: $(x - y) / xy$

$$\left[(y^2 - x^2) / xy \right] \cdot \left[xy / (x - y) \right] = (y^2 - x^2) / (x - y)$$

Agora o truque de sinal: $y^2 - x^2 = (y - x)(y + x) = -(x - y)(x + y)$

$$= -(x - y)(x + y) / (x - y) = -(x + y)$$

Truque para guardar: $y - x = -(x - y)$.

Quando o fator aparece "invertido", puxe um sinal de menos e ele cancela. Isso aparece o tempo todo.

Bloco 5, Completar o quadrado

5.1 A ideia

Você quer transformar $x^2 + bx$ em um quadrado perfeito. Sabe que $(x + k)^2 = x^2 + 2kx + k^2$. Comparando: $2k = b$, logo $k = b/2$.

Falta o $k^2 = (b/2)^2$. Então você **soma e subtrai** esse valor, não altera nada, apenas reorganiza:

$$x^2 + bx = [x^2 + bx + (b/2)^2] - (b/2)^2 = (x + b/2)^2 - (b/2)^2$$

Receita: pegue o coeficiente de x , divida por 2, eleve ao quadrado. Some e subtraia.

5.2 Exemplo (a): $x^2 + x + 1$

$$b = 1 \rightarrow \text{metade} = 1/2 \rightarrow \text{quadrado} = 1/4$$

$$x^2 + x + 1/4 - 1/4 + 1 = (x + 1/2)^2 + 3/4$$

5.3 Exemplo (b): $2x^2 - 12x + 11$, quando o coeficiente não é 1

Passo obrigatório: ponha o coeficiente de x^2 em evidência **apenas nos dois primeiros termos**.

$$2(x^2 - 6x) + 11$$

$$\text{Dentro: } b = -6 \rightarrow \text{metade} = -3 \rightarrow \text{quadrado} = 9$$

$$2[(x - 3)^2 - 9] + 11 = 2(x - 3)^2 - 18 + 11 = 2(x - 3)^2 - 7$$

Não esqueça de **distribuir o 2** no -9 . Erro comum: escrever $2(x - 3)^2 - 9 + 11$.

5.4 Para que serve

- Achar o **vértice** de uma parábola: $2(x - 3)^2 - 7$ tem vértice em $(3, -7)$, com mínimo igual a -7 .
- Deduzir a fórmula de Bhaskara.
- **Integrais** com denominador quadrático, você vai usar muito em Cálculo 2.

Bloco 6, Equações

6.1 Princípio geral

Toda equação se resolve fazendo a **mesma operação dos dois lados**. Mas duas operações exigem cuidado:

- **Multiplicar por expressão com variável** → pode criar raízes falsas.
- **Elevar ao quadrado** → pode criar raízes falsas.

Nesses dois casos, **verificação no final é obrigatória**.

6.2 Equação com fração

$$2x/(x+1) = (2x-1)/x$$

Antes de tudo: anote as restrições. $x \neq 0$ e $x \neq -1$.

Multiplicação cruzada: $2x^2 = (2x-1)(x+1) = 2x^2 + x - 1$

Cancela $2x^2$: $0 = x - 1 \Rightarrow x = 1$ (confere) não viola restrição

6.3 Quadrática, Bhaskara

$$x = [-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}] / 2a \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

Discriminante	Consequência
$\Delta > 0$	duas raízes reais distintas
$\Delta = 0$	uma raiz real (dupla)
$\Delta < 0$	nenhuma raiz real

Exemplo: $2x^2 + 4x + 1 = 0$, com $\Delta = 16 - 8 = 8$

$$x = (-4 \pm 2\sqrt{2})/4 = (-2 \pm \sqrt{2})/2$$

Simplifiquei dividindo tudo por 2, sempre simplifique a fração final.

Quando não usar Bhaskara: se você enxerga a fatoração, é mais rápido.

$$x^2 - x - 12 = 0 \rightarrow (x-4)(x+3) = 0 \rightarrow x = 4 \text{ ou } x = -3$$

Dois números que somam -1 e multiplicam -12: são -4 e 3.

6.4 Biquadrada, substituição

$$x^4 - 3x^2 + 2 = 0$$

Só há expoentes pares, então faça $u = x^2$:

$$u^2 - 3u + 2 = 0 \Rightarrow (u-1)(u-2) = 0 \Rightarrow u = 1 \text{ ou } u = 2$$

Volte para x, ninguém pode esquecer esse passo:

$$x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \quad x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

Quatro soluções. Uma equação de grau 4 tem até 4 raízes.

A ideia de **substituição** é uma das mais poderosas da matemática. Reaparece como "mudança de variável" em integração.

6.5 Equação com módulo

$|A| = k$ (com $k > 0$) significa "A está a distância k de zero", ou seja, **dois casos**: $A = k$ ou $A = -k$.

$$3|x - 4| = 10 \Rightarrow |x - 4| = 10/3 \Rightarrow x - 4 = \pm 10/3$$

$$x = 22/3 \quad \text{ou} \quad x = 2/3$$

Isole o módulo antes de abrir nos dois casos. Aqui, divida por 3 primeiro.

6.6 Equação com radical ou expoente fracionário

$$2x(4 - x)^{-1/2} - 3\sqrt{4 - x} = 0$$

1. **Domínio, antes de qualquer conta.** $(4 - x)^{-1/2}$ está no denominador de uma raiz, então $4 - x > 0$, ou seja, $x < 4$.
2. **Multiplique tudo por $\sqrt{4 - x}$** , permitido, pois é positivo:
 $2x - 3(4 - x) = 0 \Rightarrow 2x - 12 + 3x = 0 \Rightarrow 5x = 12 \Rightarrow x = 12/5$
3. **Verifique:** $12/5 = 2,4 < 4$ (confere) Solução válida.

Alternativa: fatorar $(4 - x)^{-1/2}$ em evidência, mesma conta, mesmo resultado.

Bloco 7, Desigualdades

7.1 A regra que todo mundo esquece

Multiplicar ou dividir os dois lados por um número NEGATIVO inverte o sinal da desigualdade.

Por quê? $2 < 5$, mas $-2 > -5$. Multiplicar por negativo espelha a reta numérica.

Exemplo: $-4 < 5 - 3x \leq 17$

Subtraia 5 (operação segura): $-9 < -3x \leq 12$

Divida por -3 e **inverte**: $3 > x \geq -4$

Reescrevendo na ordem natural: $-4 \leq x < 3 \rightarrow [-4, 3)$

Note como as extremidades acompanham: o $\leq$ que estava junto ao 17 virou o $\leq$ do -4 . Reescreva com calma.

7.2 Notação de intervalo

Símbolo	Significado
$[a, b]$	inclui a e b
(a, b)	exclui ambos
$[a, b)$	inclui a, exclui b
$(-\infty, a]$	tudo até a, incluindo a
$\cup$	união, dois pedaços separados

Infinito nunca leva colchete. Sempre $(\infty$ ou $-\infty)$. Não é um número, logo não pode ser "incluído".

7.3 Desigualdade quadrática, o método correto

$$x^2 < 2x + 8$$

1. **Jogue tudo para um lado, deixando 0 do outro:** $x^2 - 2x - 8 < 0$
2. **Fatore:** $(x - 4)(x + 2) < 0$
3. **Ache as raízes:** $x = 4$ e $x = -2$. Elas dividem a reta em três regiões.
4. **Monte o quadro de sinais:**

Região	$(x + 2)$	$(x - 4)$	Produto
$x < -2$	-	-	+
$-2 < x < 4$	+	-	-
$x > 4$	+	+	+

Queremos produto < 0 (negativo): $(-2, 4)$

Nunca "divida" uma desigualdade por uma expressão com x , você não sabe o sinal dela, então não sabe se inverte ou não.

Sempre passe tudo para um lado e faça quadro de sinais.

7.4 Três fatores

$$x(x - 1)(x + 2) > 0$$

Raízes: -2, 0 e 1 → quatro regiões. Teste um ponto em cada:

Região	Ponto-teste	Sinal do produto
$x < -2$	$x = -3$	$(-)(-)(-) = -$
$-2 < x < 0$	$x = -1$	$(-)(-)(+) = +$
$0 < x < 1$	$x = 0,5$	$(+)(-)(+) = -$
$x > 1$	$x = 2$	$(+)(+)(+) = +$

$$\text{Queremos } > 0: (-2, 0) \cup (1, \infty)$$

Atalho: com fatores todos de grau 1, os sinais **alternam**. Comece pela região da direita (sempre +) e vá alternando para a esquerda: +, -, +, -.

7.5 Desigualdade com módulo

$$|x - 4| < 3$$

Leitura: "a distância de x até 4 é menor que 3". Isso descreve uma **faixa**:

$$-3 < x - 4 < 3 \Rightarrow 1 < x < 7 \Rightarrow (1, 7)$$

Forma	Equivale a	Formato da resposta
$ A < k$	$-k < A < k$	faixa única (usa "e")
$ A > k$	$A < -k$ ou $A > k$	dois pedaços (usa $\cup$)

7.6 Desigualdade com fração

$$(2x - 3)/(x + 1) \leq 1$$

NÃO multiplique por $(x + 1)$, o sinal dele é desconhecido!

Passe tudo para um lado:

$$(2x - 3)/(x + 1) - 1 \leq 0 \Rightarrow [2x - 3 - (x + 1)] / (x + 1) \leq 0 \Rightarrow (x - 4)/(x + 1) \leq 0$$

Pontos críticos: $x = 4$ (zera o numerador) e $x = -1$ (zera o denominador).

Região	$(x - 4)$	$(x + 1)$	Quociente
$x < -1$	-	-	+
$-1 < x < 4$	-	+	-
$x > 4$	+	+	+

Queremos ≤ 0 , então a região do meio. **Inclusão das pontas:**

- $x = 4$: numerador zero, a fração vale 0, e $0 \leq 0$ é verdadeiro $\rightarrow$ **incluído**.
- $x = -1$: denominador zero, a expressão é indefinida $\rightarrow$ **sempre excluído**.

Resposta: $[-1, 4]$

Regra permanente: zero do numerador pode entrar (se a desigualdade for $\leq$ ou $\geq$); zero do denominador **nunca** entra.

Bloco 8, Identidades falsas: o "hall da vergonha"

O exercício 10 existe para vacinar você contra estes erros. Todos eles aparecem em provas de Cálculo.

8.1 A raiz de todos os males

$$(p + q)^2 \neq p^2 + q^2$$

Falta o 2pq. Teste com $p = q = 1$: $(1 + 1)^2 = 4$, mas $1 + 1 = 2$. Falso.

Generalização: nenhuma operação "não-linear" distribui sobre soma.

Escrita FALSA	O que é verdadeiro
$(a + b)^2 = a^2 + b^2$	$a^2 + 2ab + b^2$
$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$	não simplifica
$1/(x - y) = 1/x - 1/y$	não simplifica
$\ln(a + b) = \ln a + \ln b$	$\ln(ab) = \ln a + \ln b$
$\sin(a + b) = \sin a + \sin b$	fórmula da soma de arcos

O que É verdadeiro: $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, para $a, b \geq 0$.

Raiz distribui sobre **produto**, nunca sobre soma.

8.2 Cancelamento em frações

$$(1 + TC)/C \neq 1 + T$$

O que houve: alguém "cancelou o C". Mas o C de cima está **multiplicando o T**, não a soma inteira.

$$\text{Correto: } (1 + TC)/C = 1/C + TC/C = 1/C + T$$

Regra do cancelamento: só se cancela o que multiplica a **expressão inteira**, ou seja, fatores.

Se há sinal de + ou - separando os termos, quebre a fração termo a termo primeiro.

8.3 Um caso que é verdadeiro

$$(1/x) / (a/x - b/x)$$

Denominador: $(a - b)/x$. Aqui **existe** fator comum $1/x$ de verdade.

$$(1/x) \cdot [x/(a - b)] = 1/(a - b) \quad \text{VERDADEIRO}$$

Compare com 8.2: ali o C não multiplicava tudo; aqui o $1/x$ multiplica. Diferença sutil, resultado oposto.

A pergunta certa é sempre: isso é fator ou é parcela?

8.4 Seu método de verificação

Diante de qualquer identidade suspeita:

1. Substitua números simples ($a = 1, b = 1$; ou $a = 2, b = 3$).

2. Calcule os dois lados.
3. Se deu diferente, a identidade é **falsa**, e você já tem o contraexemplo pronto para escrever na prova.

Se deu igual, teste outro conjunto de números. Um teste que passa não prova nada; um teste que falha derruba a identidade na hora.

Roteiro de revisão espaçada

Rer tudo de uma vez funciona mal. Revisar em intervalos crescentes funciona muito melhor.

Quando	O que fazer
Hoje	Copiar os blocos à mão, refazendo os exemplos junto
+ 2 dias	Tapar as resoluções e refazer só os exemplos das caixas de destaque
+ 1 semana	Refazer o teste diagnóstico inteiro do zero, cronometrado
+ 1 mês	Só a tabela do Bloco 8 e os quadros de sinais do Bloco 7

Sinais de que você já domina o conteúdo

- Fatora $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$ sem precisar pensar em qual método usar.
- Resolve $(2x - 3)/(x + 1) \leq 1$ sem multiplicar cruzado.
- Racionaliza $[\sqrt{4 + h} - 2]/h$ automaticamente ao ver o h no denominador.

Esses três são exatamente o que Cálculo 1 vai cobrar de você nas primeiras semanas do semestre.